

Погрешности измерений

РАСОВ Д.Д.

ГПОУ «СЦБТ»

Основная погрешность определяется при нормальных условиях работы измерительного прибора, т.е. при определенных температуре, влажности окружающей среды, давлении, частоте, форме и значении питающего напряжения, а также при его рабочем положении (для электромеханических приборов).

Дополнительная погрешность появляется при отклонении величин, влияющих на результат измерения, от нормальных значений.

Нормальные условия работы для измерительных приборов следующие:

- температура $(20 \pm 5) ^\circ\text{C}$;
- относительная влажность $(60 \pm 15) \%$;
- атмосферное давление (750 ± 30) мм рт. ст.

При работе питание прибора от сети переменного тока напряжение питания может отличаться от нормального (номинального) значения не более чем на $\pm 10 \%$ (198... 242 В) при частоте (50 ± 1) Гц.

Абсолютная погрешность измерения

$$\Delta = |A_{\text{н}} - A|. \quad (2.1)$$

Так как абсолютная погрешность не дает представления о точности измерения, используют *относительную действительную погрешность* измерения (или установки) параметра, %,

$$\gamma_{\text{д}} = \frac{\Delta}{A} 100. \quad (2.2)$$

Относительная приведенная погрешность измерения, %,

$$\gamma_{\text{пр}} = \frac{\Delta_{\text{max}}}{A_{\text{ном}}} 100. \quad (2.3)$$

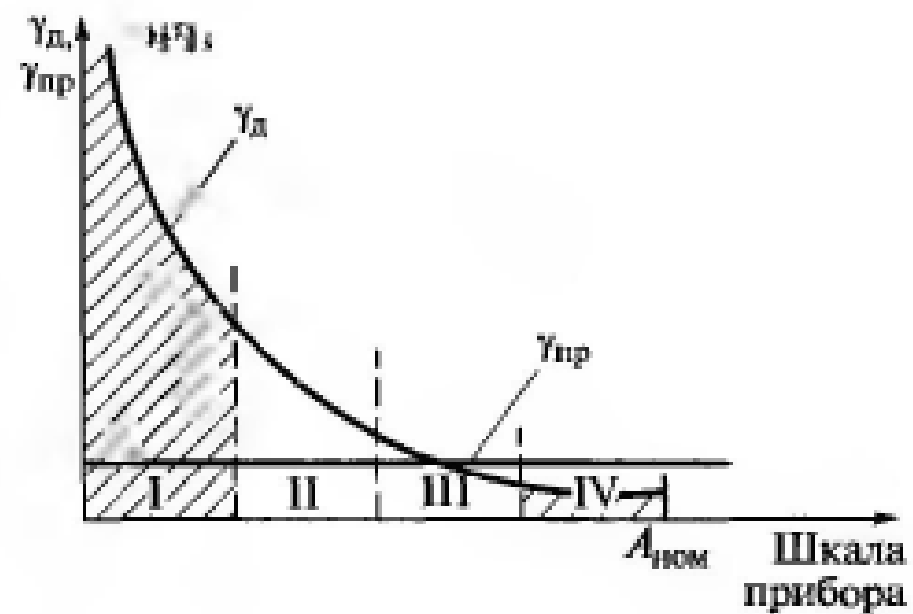


Рис. 2.1. Графики зависимостей γ_d и $\gamma_{пр}$ от положения стрелки измерительного прибора с односторонней шкалой

Если в формулу (2.2) подставить абсолютную погрешность, определенную из выражения (2.3), получим формулу, связывающую γ_d и $\gamma_{пр}$:

$$\gamma_d = \gamma_{пр} \frac{A_{ном}}{A}. \quad (2.4)$$

Большинство радиоизмерительных приборов по классам точности не подразделяются. Значение их абсолютной или относительной погрешности приводится в техническом паспорте в виде конкретной цифры или формулы. Например, в паспорте на низкочастотный генератор ГЗ-107 указана относительная действительная погрешность установки частоты в следующем виде:

$$\gamma_{дF} = \pm \left(3 + \frac{30}{F} \right).$$

Погрешности косвенных измерений определяются по следующей формуле:

$$\gamma_d = |k_1 \gamma_{d1}| + |k_2 \gamma_{d2}| + \dots + |k_n \gamma_{dn}|, \quad (2.5)$$

где k_1, k_2, \dots, k_n — показатели степени (как известно, они могут быть положительными и отрицательными, целыми и дробными); $\gamma_{d1}, \gamma_{d2}, \dots, \gamma_{dn}$ — относительные действительные погрешности результатов прямых измерений.

Необходимо отметить, что относительные действительная и приведенная погрешности могут быть как положительными, так и отрицательными.

На практике формула (2.5) чаще всего ограничивается двумя слагаемыми.

Косвенные измерения основываются на использовании следующих известных зависимостей:

$$U = I^1 R^1, \quad k_1 = 1, k_2 = 1;$$

$$I = \frac{U}{R} = U^1 R^{-1}, \quad k_1 = 1, k_2 = -1;$$

$$R = \frac{U}{I} = U^1 I^{-1}, \quad k_1 = 1, k_2 = -1;$$

$$P = U^1 I^1, \quad k_1 = 1, k_2 = 1;$$

$$P = \frac{U^2}{R} = U^2 R^{-1}, \quad k_1 = 2, k_2 = -1;$$

$$P = I^2 R = I^2 R^1, \quad k_1 = 2, k_2 = 1;$$

$$W_C = \frac{C^1 U_C^2}{2}, \quad k_1 = 1, k_2 = 2;$$

$$W_L = \frac{L^1 I_L^2}{2}, \quad k_1 = 1, k_2 = 2;$$

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi} L^{-\frac{1}{2}} C^{-\frac{1}{2}}, \quad k_1 = -1/2, k_2 = -1/2;$$

$$F = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{R^{-1}C^{-1}}{2\pi}, \quad k_1 = -1, k_2 = -1.$$

Точность и относительная погрешность измерений связаны между собой обратной зависимостью: $v = 1/\gamma_d$.

Примеры решения задач

Пример 2.1. Измерены два значения напряжения 50 и 400 В вольтметром с номинальным значением 400 В с одной и той же абсолютной погрешностью 1 В. Требуется определить погрешность измерения какого из указанных значений напряжения меньше.

Решение. При определении погрешности измерений необходимо правильно ввести обозначения исходных данных.

Так как измерение напряжений выполняется рабочим вольтметром, в данной задаче

$$U_1 = 50 \text{ В}, U_2 = 400 \text{ В}, \Delta_1 = \Delta_2 = 1 \text{ В}.$$

Вид шкалы вольтметра в условии задачи не указан, следовательно, используется прибор с односторонней шкалой, у которого $A_{\min} = 0$, $A_{\max} = 400 \text{ В}$, поэтому $u_{\text{ном}} = 400 \text{ В}$.

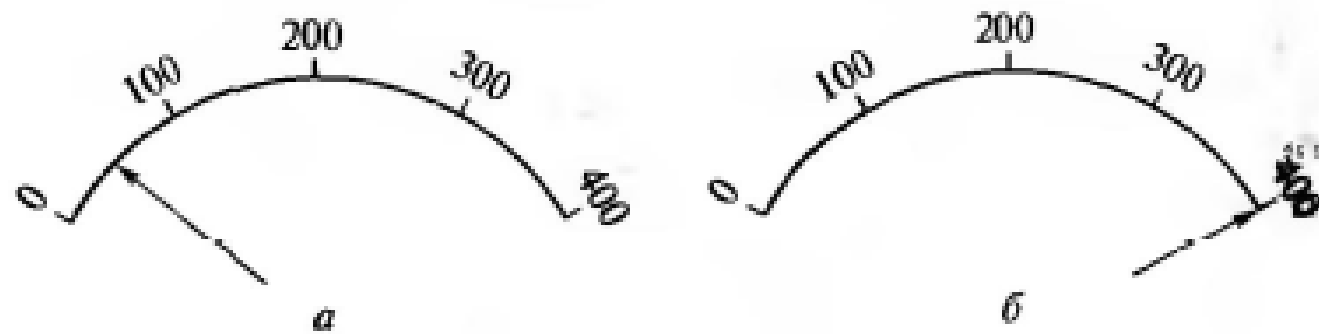


Рис. 2.2. Положения стрелки вольтметра при измерении напряжений 50 (а) и 400 В (б)

Отличие погрешностей измерения одним и тем же вольтметром напряжений 50 и 400 В в 8 раз объясняется с помощью рис. 2.1, т. е. при измерении $U_1 = 50$ В стрелка индикатора вольтметра будет находиться в первой четверти шкалы (рис. 2.2, а), а при измерении $U_2 = 400$ В — в четвертой четверти (рис. 2.2, б).

Пример 2.2. В результате калибровки вольтметра магнитоэлектрической системы со шкалой 0... 50 В и шагом шкалы 10 В получены следующие показания образцового вольтметра:

$U, \text{ В}$	0	10,0	20,0	30,0	40,0	50,0
$U_{\text{н}}, \text{ В}$	0,2	10,2	19,9	30,3	39,5	50,9

Требуется определить относительную приведенную погрешность измерения и назначить класс точности прибора.

Решение. Для определения $\gamma_{\text{пр}}$ используем формулу (2.3).

Максимальная абсолютная погрешность измерения $\Delta_{\text{гmax}} = 50,9 - 50 = 0,9 \text{ В}$, номинальное напряжение $U_{\text{ном}} = 50 - 0 = 50 \text{ В}$, тогда

$$\gamma_{\text{пр}} = \frac{0,9 \text{ В}}{50 \text{ В}} 100 \% = 1,8 \%$$

Полученное значение не попадает в существующие классы точности прибора, поэтому присваиваем данному вольтметру ближайший больший класс точности — 2,5 %.

Следует отметить, что класс точности прибора, определяя приведенную погрешность, не является непосредственным показателем точности измерений. Для доказательства этого утверждения рассмотрим следующую задачу.

Пример 2.3. Для измерения тока 4 мА имеются два миллиамперметра: первый — класса точности 1 % с верхним пределом 20 мА и второй — класса точности 2,5 % с верхним пределом 5 мА. Требуется определить, каким прибором заданный ток можно измерить с меньшими абсолютной и относительной погрешностями.

Решение. Относительные действительные погрешности измерения определяем по формуле (2.4):

$$\gamma_{д1} = \gamma_{пр1} \frac{I_{ном1}}{I} = 1 \% \frac{20 \text{ мА}}{4 \text{ мА}} = 5 \%;$$

$$\gamma_{д2} = \gamma_{пр2} \frac{I_{ном2}}{I} = 2,5 \% \frac{5 \text{ мА}}{4 \text{ мА}} = 3,125 \%.$$

Следовательно, стрелка второго миллиамперметра (более низкого класса точности) при измерении будет находиться в четвертой четверти шкалы, а стрелка первого миллиамперметра, имеющего класс точности 1 %, — в первой.

Абсолютные погрешности измерения определяем по формуле (2.2):

$$\Delta_1 = \frac{\gamma_{д1} I_1}{100} = \frac{5 \% \cdot 4 \text{ мА}}{100 \%} = 0,2 \text{ мА};$$

$$\Delta_2 = \frac{\gamma_{д2} I_2}{100} = \frac{3,125 \% \cdot 4 \text{ мА}}{100 \%} = 0,125 \text{ мА}.$$

Для пояснения, каким образом в целях получения наименьшей погрешности измерения обеспечивается нахождение стрелки индикатора в четвертой или третьей четверти шкалы, рассмотрим следующий пример.

Пример 2.4. Для измерения напряжения 20 В имеется многопредельный вольтметр с пределами 7,5, 15, 30, 60 В класса точности 0,5 %. Требуется выбрать оптимальный предел измерения вольтметра и оценить погрешность этого измерения. Варианты положения стрелки прибора показаны на рис. 2.3.

Решение. Представим положение стрелки вольтметра в каждом из четырех указанных пределов измерения заданного напряжения.

Оптимальным положение стрелки вольтметра для данного измерения, а следовательно, для обеспечения меньшей погрешности является в пределе 30 В.

По формуле (2.4) находим

$$\gamma_{\text{д}} = 0,5 \% \frac{30 \text{ В}}{20 \text{ В}} = 0,75 \%.$$

Пример 2.5. Требуется определить относительную и абсолютную погрешности установки частоты 90 Гц на генераторе ГЗ-107, если в его паспорте указана $\gamma_{дФ} = \pm(3 + 30F)$.

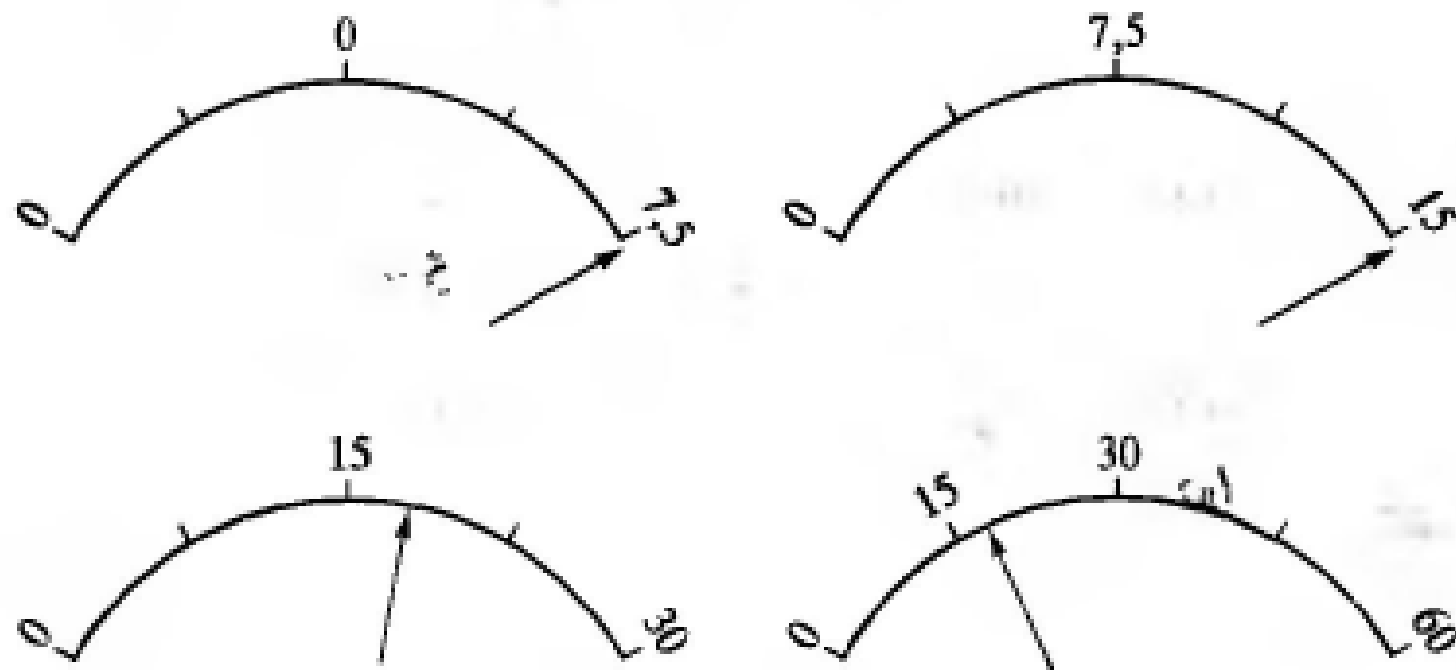


Рис. 2.3. Варианты положения стрелки вольтметра при измерениях в различных пределах

Решение. Относительная погрешность

$$\gamma_{дF} = \pm \left(3 + \frac{30}{90} \right) \approx \pm 3,3 \%$$

Абсолютную погрешность установки частоты 90 Гц определяем из формулы (2.2):

$$\Delta_1 = \frac{\gamma_{дF} F}{100} = \frac{\pm 3,3 \% \cdot 90 \text{ Гц}}{100 \%} \approx 3 \text{ Гц.}$$

Пример 2.6. Определить абсолютную и относительную погрешности установки частоты 200 Гц на генераторе ГЗ-34, если в его паспорте указана $\Delta_F = \pm(1 + 0,02F)$.

Решение. Абсолютная погрешность установки частоты

$$\Delta_F = \pm(1 + 0,02 \cdot 200 \text{ Гц}) = \pm 5 \text{ Гц.}$$

Относительную погрешность установки частоты находим по формуле (2.2):

$$\gamma_{дF} = \frac{\pm 5 \text{ Гц} \cdot 100\%}{200 \text{ Гц}} = \pm 2,5\%.$$

В практике электрорадиоизмерений прибор часто не соответствует установленному заводом-изготовителем классу точности из-за его естественного износа (старения) или вследствие неправильной эксплуатации. В этом случае возможны два варианта действий: замена такого прибора исправным или использование его с учетом графика поправок.

Рассмотрим второй вариант на примере следующей задачи.

Пример 2.7. Имеется миллиамперметр с шагом шкалы 20 мА и номинальным значением 100 мА класса точности 0,2%. Подключением к нему шунта расширили предел измерения до 200 мА. При этом для проверки соответствия измерения заявленному за-
водом классу точности подключили образцовый миллиамперметр и получили следующие показания:

I_1 0; 20; 40; 60; 80; 100 мА;

I_2 0; 40; 80; 120; 160; 200 мА;

I_n 0,2; 40,2; 80,3; 121,5; 161; 202 мА,

а абсолютная погрешность измерения составила: 0,2; 0,2; 0,3; 1,5; 1,0; 2,0 мА.

Требуется рассчитать и построить график поправок для данных измерений.

Решение. Найдем относительную приведенную погрешность по формуле (2.3):

$$\gamma_{пр} = \frac{\Delta_{max}}{I_{ном2}} 100 = \frac{2 \text{ мА} \cdot 100 \%}{200 \text{ мА}} = 1 \%$$

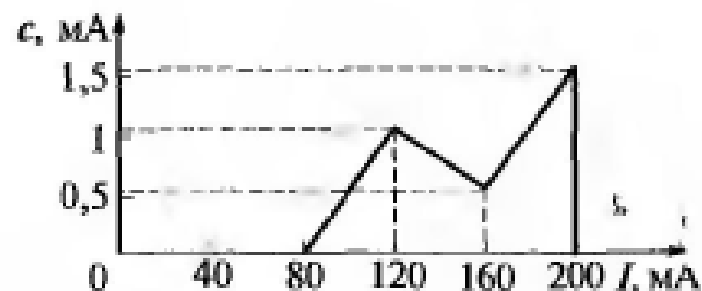


Рис. 2.4. График поправок к примеру 2.7

- Следовательно, класс точности прибора не сохранился (не соответствует заводскому). Для обеспечения возможности дальнейшего использования прибора из формулы (2.3) определим его максимальную допустимую абсолютную погрешность при заводском классе точности 0,2 %:

$$\Delta_{\max} = \frac{\gamma_{\text{пр}} I_{\text{ном2}}}{100} = \frac{200 \text{ мА} \cdot 0,2 \%}{100 \%} = 0,4 \text{ мА}.$$

Так как абсолютная погрешность не постоянна, поправка рассчитывается следующим образом: $c = 0$, если $\Delta \leq \Delta_{\max}$; $c = \Delta - \Delta_{\max}$ если $\Delta > \Delta_{\max}$.

Для рассматриваемого прибора поправки по оцифрованным делениям шкалы составят соответственно: 0; 0; 0; 1,1; 0,6; 1,6, график поправок будет иметь вид, показанный на рис. 2.4.

Проверим правильность полученного графика поправок.

Предположим, что миллиамперметром был измерен ток 160 мА

С учетом поправки $I = 160 + 0,6 = 160,6$ мА.

Абсолютная погрешность $\Delta = I_{н} - I = 161 \text{ мА} - 160,6 \text{ мА} = 0,4 \text{ мА}$

что не превышает рассчитанную Δ_{max} .

Относительная приведенная погрешность

$$\gamma_{\text{пр}} = \frac{0,4 \text{ мА} \cdot 100 \%}{200 \text{ мА}} = 0,2 \%$$

Рассмотрим задачу на косвенные измерения.

Пример 2.8. Измерены напряжение на резисторе 40 В вольтметром с верхним пределом 50 В класса точности 1 % и ток 2 мА миллиамперметром с абсолютной погрешностью 0,1 мА.

Требуется определить сопротивление резистора, а также абсолютную и относительную погрешности полученного измерения.

Решение. Для определения сопротивления резистора используем закон Ома:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{40 \text{ В}}{2 \cdot 10^{-3} \text{ А}} = 20\,000 \text{ Ом} = 20 \text{ кОм.}$$

Формулу для расчета R перепишем в виде $R = U^1 I^{-1}$, откуда можно записать, что $k_1 = 1$, $k_2 = -1$.

В формулу для определения погрешности косвенных измерений (2.5) вместо γ_{d1} подставим γ_{dU} , так как k_1 относится к напряжению, а вместо γ_{d2} подставим γ_{dI} , так как k_2 относится к току, т. е. запишем

$$\gamma_{dR} = |k_1 \gamma_{dU}| + |k_2 \gamma_{dI}|.$$

Напряжение и ток измерялись прямым методом, следовательно, используя формулы (2.2) и (2.4) для прямых измерений, найдем

$$\gamma_{dU} = \gamma_{пр} \frac{U_{ном}}{U} = 1 \% \frac{50 \text{ В}}{40 \text{ В}} = 1,25 \%;$$

$$\gamma_{dI} = \frac{\Delta I}{I} 100 = \frac{0,1 \text{ мА}}{2 \text{ мА}} 100 \% = 5 \%.$$

Тогда $\gamma_{\Delta R} = |1 \cdot 1,25 \%| + |-1 \cdot 0,5 \%| = 1,75 \%.$

Абсолютную погрешность сопротивления резистора найдем из формулы (2.2):

$$\Delta_R = \frac{\gamma_{\Delta R} R}{100} = \frac{1,75 \% \cdot 20 \text{ кОм}}{100 \%} = 0,35 \text{ кОм.}$$