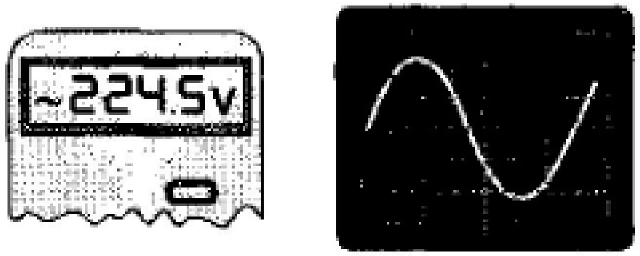
Основные характеристики электрических сигналов и цепей

ГПОУ «СЦБТ»
Расов Д.Д.

Параметрическое представление периодических сигналов

Периодические сигналы электрических напряжений, токов, мощностей (как и некоторые элементы и характеристики электрических цепей) могут быть выражены числовыми значениями (параметрическое представление), а могут быть описаны функциями (функциональное представление). На рис. 2.1, *а* показан пример параметрического представления — показание индикатора цифрового мультиметра при измерении действующего значения сетевого напряжения, а на рис. 2.1, *б* — пример функционального представления — изображение кривой этого же сигнала напряжения на экране электронно-лучевого осциллографа.

Параметрическое представление характерно для статических (упрощенных) моделей объектов и процессов, а функциональное представление, наоборот, отражает динамические взгляды и подходы.



а *б*

Рис. 2.1. Параметрическое (*а*) и функциональное (*б*) представления сигналов

Рассмотрим некоторые основные параметры и характеристики периодических электрических сигналов и цепей.

На рис. 2.2 представлены некоторые основные параметры периодических сигналов. Периодические сигналы напряжения, тока и мощности характеризуются временны́ми и амплитудными параметрами (параметрами уровня).

К первой группе (временны́х параметров) относятся период T, частота сигнала f, фазовый сдвиг φ, а также связанные с ними параметры, например, круговая частота ω, а также $\cos\varphi$ (если речь идет о двух синусоидальных сигналах одной частоты).

Рис. 2.2. Параметрическое представление периодических сигналов

Период T сигнала — длительность одного полного цикла изменения сигнала, измеряется в единицах времени [секундах (с), миллисекундах (мс), микросекундах (мкс) и т. д.].

Частота f сигнала — число периодов сигнала в единицу времени (чаще всего в секунду). Частота — это величина, обратная периоду $f = 1/T$. Основная единица измерения частоты — герц (Гц): 1 Гц = 1/с. Кроме основной единицы (Гц) используются кратные единицы: килогерц (кГц), мегагерц (МГц) и др. В нашей стране номинальное значение частоты электрической сети — 50 Гц. При этом номинальное значение периода $T = 1/f = 1/50 = 0{,}02$ с = = 20 мс.

Фазовый сдвиг φ характеризует относительный временно́й сдвиг двух синусоидальных сигналов одной частоты и выражается в градусах (например $\varphi = 30°$).

Круговая (*угловая*) *частота* ω связана с частотой f соотношением: $\omega = 2\pi f$, измеряется в радианах в секунду (рад/с). Период T сигнала при этом $T = 360°$ или $T = 2\pi$ радиан ($\pi \approx 3{,}14$).

Для периодических сигналов, близких по форме к прямоугольной, к временны́м параметрам относят также длительность импульса $\Delta t_и$ и скважность Q, представляющую собой отношение периода сигнала T к длительности импульса $\Delta t_и$:

$$Q = T/\Delta t_и.$$

Рис. 2.2. Параметрическое представление периодических сигналов

К параметрам уровня относятся максимальное (амплитудное, пиковое), среднее, среднее выпрямленное и среднее квадратическое (действующее, ранее использовался термин эффективное) значения сигнала. Из них самым важным и полезным для оценки особенностей электрического сигнала является среднее квадратическое (действующее) значение — СКЗ (Root Mean Square — RMS), так как именно оно определяет способность совершать работу, действовать (нагревать, двигать, светить и т. п.). Подавляющее большинство измерительных приборов, предназначенных для работы с периодическими напряжениями и токами, градуируются в средних квадратических (действующих) значениях при синусоидальном сигнале.

К параметрам уровня относятся также *коэффициенты амплитуды и формы*, *коэффициент гармонических искажений*, *коэффициент мощности* (cos φ).

При использовании статических моделей процессов (в статических измерениях) все указанные параметры сигналов предполагаются неизменными во времени.

Напряжения и токи

На рис. 2.3 показана разница в определении некоторых параметров уровня на примере периодического напряжения $u(t)$ с периодом T.

Среднее значение напряжения (U_c) определяется по формуле

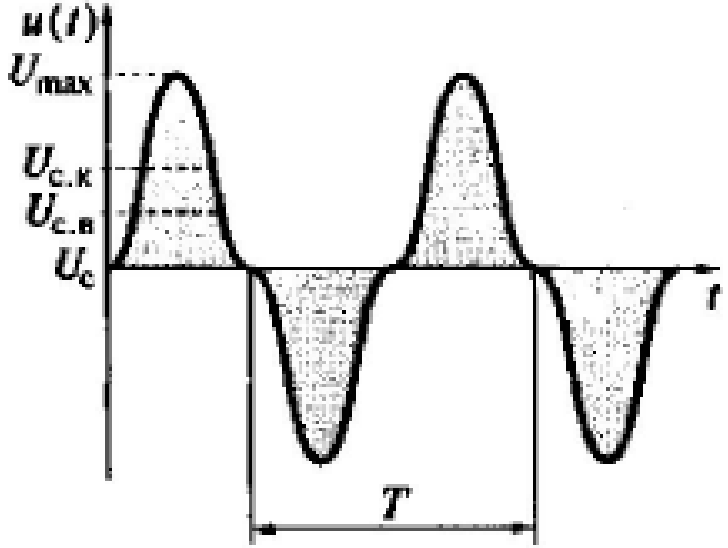
$$U_c = \frac{1}{T}\int u(t)dt.$$

Среднее значение периодического сигнала, не имеющего постоянной составляющей (довольно распространенный случай), равно нулю, поэтому не интересно.

Среднее выпрямленное значение напряжения ($U_{с.в}$) определяется по формуле

$$U_{с.в} = \frac{1}{T}\int |u(t)|\,dt.$$

Если функции периодических (необязательно синусоидальных) сигналов напряжения $u(t)$ и тока $i(t)$ известны, то усредненные на периоде T *средние квадратические* (*действующие*) *значения* напряжения $U_{с.к}$ и тока $I_{с.к}$ вычисляются следующим образом:



$$U_{с.к} = \sqrt{\frac{1}{T}\int u^2(t)dt};$$

$$I_{с.к} = \sqrt{\frac{1}{T}\int i^2(t)dt}.$$

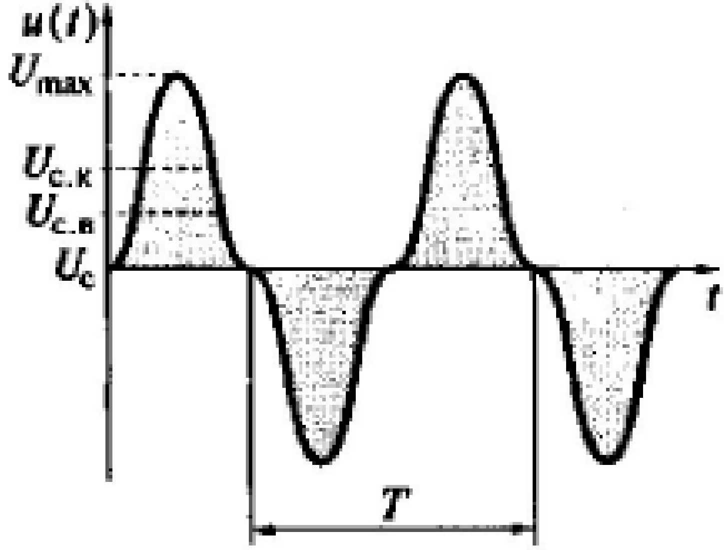


Рис. 2.3. Периодический сигнал

Коэффициенты амплитуды и формы

Характер периодического сигнала, его форма, степень его несинусоидальности могут быть в простейшем виде оценены *коэффициентами амплитуды* $k_а$ и *формы* $k_ф$:

$$k_а = \frac{U_{max}}{U_{с.к}}; \; k_ф = \frac{U_{с.к}}{U_{с.в}}.$$

Для случая синусоидального сигнала (рис. 2.4, *а*) значения коэффициентов амплитуды и формы равны, соответственно, $k_а = \sqrt{2} = 1,41$; $k_ф = 1,11$. Сигналы других форм могут иметь значения коэффициентов $k_а$ и $k_ф$, сильно отличающиеся от указанных для синусоидального сигнала. Например, для несинусоидального сигнала (рис. 2.4, *б*) $k_а = 2$; $k_ф = 1,2$, а для прямоугольного сигнала (рис. 2.4, *в*) $k_а = 1$; $k_ф = 1$.

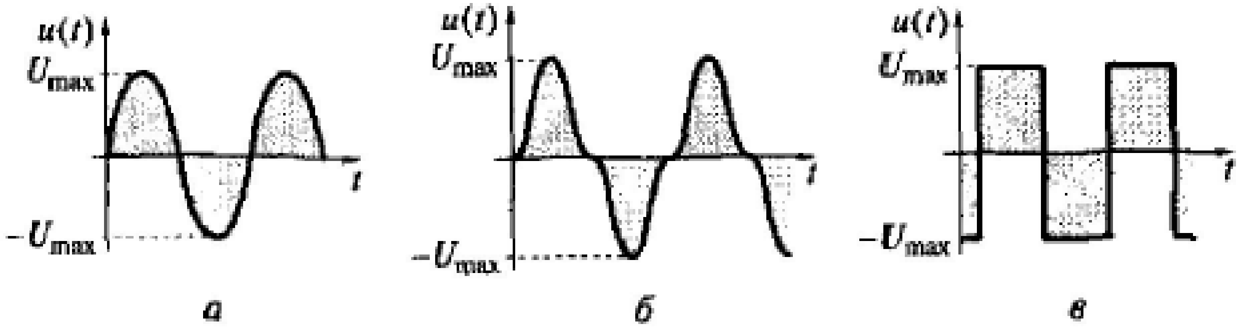


Рис. 2.4. Синусоидальный (*а*), несинусоидальный (*б*) и прямоугольный (*в*) сигналы

Знание особенностей исследуемого сигнала, специфики электрической цепи, возможностей и характеристик используемых приборов поможет избежать серьезных ошибок при измерениях. Например, типичный аналоговый универсальный измерительный прибор (тестер) содержит магнитоэлектрический измерительный механизм и полупроводниковый одно- или двухполупериодный выпрямитель, т.е. реагирует на средние выпрямленные значения переменных напряжений и токов, а не на действующие, как это чаще всего требуется. Такой измеритель дает удовлетворительные результаты измерения действующего значения только при форме сигналов, близкой к синусоидальной, а например, в случае сигнала, похожего на прямоугольный (см. рис. 2.4, *в*), ошибка в определении действующего значения может составить около 10 %.

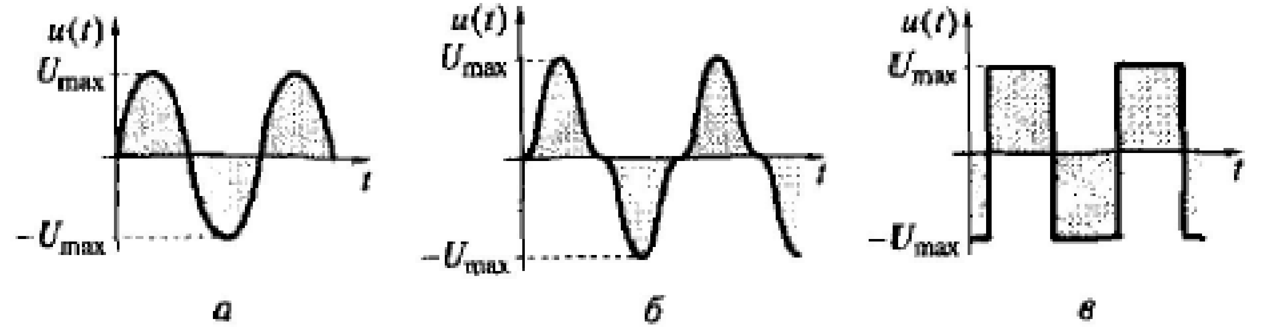


Рис. 2.4. Синусоидальный (*а*), несинусоидальный (*б*) и прямоугольный (*в*) сигналы

Еще одной возможностью охарактеризовать степень несинусоидальности (или степень искажения синусоидальности) периодических сигналов является использование понятия *коэффициента гармонических искажений* кривой напряжения или тока. Этот коэффициент показывает, насколько велик вклад высших (т. е. частоты, большей, чем основная) гармоник в искажение формы, и выражается в процентах. Чем меньше значение этого коэффициента, тем лучше, тем ближе форма сигнала к синусоидальной. Для чисто синусоидального сигнала основной частоты значение этого коэффициента было бы равно нулю.

Коэффициент мощности km и cos ϕ

Два периодических сигнала одной частоты (например, напряжения и тока в цепи) могут быть сдвинуты во времени по отношению друг к другу на некоторый интервал Δt. Если сигналы синусоидальны, то можно говорить об угле сдвига фаз (фазовом сдвиге) φ (рис. 2.5).

Фазовый сдвиг φ измеряется обычно в градусах, °:

$$\varphi = \frac{\Delta t}{T} 360,$$

где Δt — временно́й сдвиг между сигналами; T — период.

Параметры $\cos\varphi$ и коэффициент мощности $k_м$ (Power Factor — PF) определяют эффективность преобразования, передачи и использования электрической энергии. Чем ближе к единице значения этих параметров, тем лучше (т.е. тем выше эффективность использования электрической энергии).

Формально понятие $\cos\varphi$ можно использовать только для синусоидальных сигналов. Однако на практике им часто пользуются в предположении, что форма реальных сигналов достаточно близка к синусоиде.

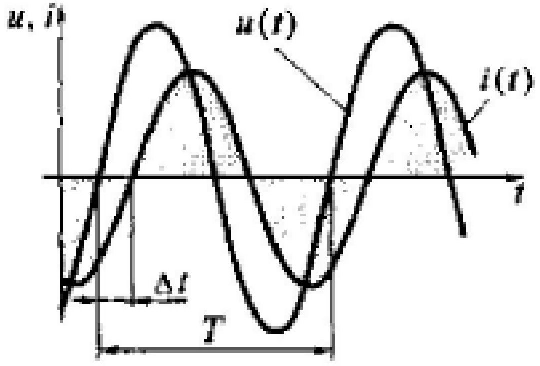


Рис. 2.5. Фазовый сдвиг

Нагрузка в реальной электрической цепи не является ни чисто активной, ни чисто реактивной, а представляет собой комплексное сопротивление. Если нагрузка имеет индуктивный характер (т.е. комплексное сопротивление нагрузки содержит активную и индуктивную составляющие), то синусоидальный ток в цепи отстает от приложенного синусоидального напряжения на некоторый угол φ, определяемый соотношением активной и индуктивной составляющих. При емкостном характере нагрузки ток в цепи опережает напряжение на угол, также зависящий от соотношения активной и емкостной составляющих. Именно угол φ определяет соотношение между активной и реактивной мощностями. Чем ближе к нулю значение φ (чем ближе к единице значение cos φ), тем лучше.

Для более общего случая, т.е. для сигналов любых форм, применяется понятие *коэффициента мощности* $k_м$, который определяется отношением активной мощности P к полной S. Коэффициент $k_м$ находится так:

$$k_м = P/S = P/(U_{с.к} I_{с.к}).$$

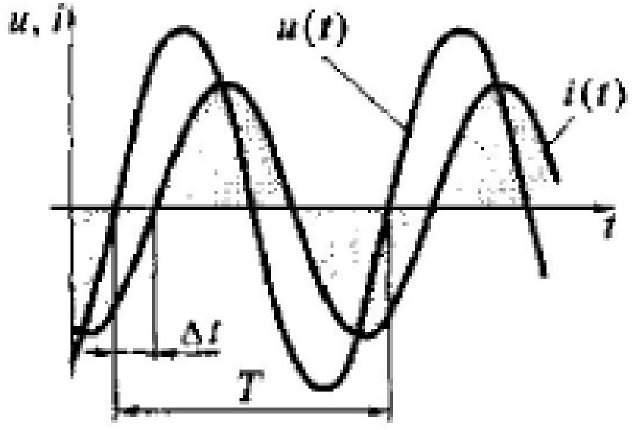


Рис. 2.5. Фазовый сдвиг

Мощность и энергия

Полная мощность S определяется произведением действующих значений напряжения $U_{с.к}$ и тока $I_{с.к}$ и равна геометрической сумме активной P и реактивной Q мощностей:

$$S = U_{с.к} I_{с.к} = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

Активная мощность — это та полезная составляющая полной мощности, которая потребляется (безвозвратно) нагрузкой, в отличие от *реактивной мощности*, которая не потребляется, а (как правило) бесполезно «гуляет» в цепи. Например, в случае чисто реактивной нагрузки (активной составляющей полного сопротивления нет, допустим, нагрузка чисто индуктивная) в электрической цепи течет переменный ток, но энергия при этом не расходуется на полезную деятельность, а периодически преобразуется из электрической энергии в энергию магнитного поля и обратно. Значительная реактивная мощность требует большего сечения проводников, нагревает провода и контакты, сушит изоляцию.

В частном случае неизменных действующих значений синусоидальных напряжения $U_{с.к}$ и тока $I_{с.к}$, периода T, сдвига фаз φ между кривыми напряжения $u(t)$ и тока $i(t)$ активная мощность P и реактивная мощность Q (как параметры, т.е. как значения, числа), соответственно, равны:

$$P = U_{с.к} I_{с.к} \cos\varphi; \quad Q = U_{с.к} I_{с.к} \sin\varphi.$$

Реактивная мощность Q, если известны полная S и активная P мощности, может быть найдена по формуле

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2}.$$

Активная мощность P при неизменных действующих значениях напряжения и тока в общем случае (для случая несинусоидальных, т.е. полигармонических сигналов) находится аналогично, но с учетом уже не $\cos\varphi$, а коэффициента мощности $k_м$:

$$P = U_{с.к} I_{с.к} k_м.$$

Активная энергия W (как значение, число), потребленная на некотором интервале $\Delta t = t_2 - t_1$, есть определенный интеграл функции мощности $p(t)$:

$$W = \int_{t_1}^{t_2} p(t)dt.$$

В частном случае постоянной (т.е. неизменного значения) на некотором интервале Δt мощности P потребленная активная энергия W определяется простым произведением:

$$W = P\Delta t.$$

Функциональное представление периодических сигналов

Периодический сигнал $x(t)$ любой формы может быть функционально представлен по-разному, т.е. в различных областях. Чаще других применяют представление сигналов во временнóй (в которой сигнал представлен функцией времени) и в частотной (в которой сигнал представлен функцией частоты) областях.

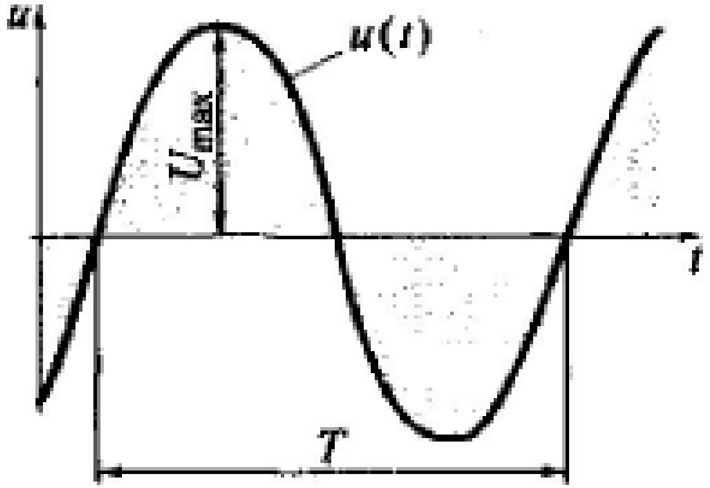


Рис. 2.6. Графическое представление периодического сигнала во временнóй области

В каждой из этих областей возможны аналитическое или графическое представление. Например, во временнóй области (наиболее привычной и потому наиболее распространенной) чисто синусоидальный (моногармонический) сигнал напряжения может быть представлен *аналитически* функцией $u(t)$ следующим образом:

$$u(t) = U_{\max} \sin \omega t,$$

где $U_{\max}$ — амплитудное (максимальное) значение сигнала; ω — круговая частота сигнала ($\omega = 2\pi f = 2\pi / T$); t — текущее время.

Графическое представление — это изображение сигнала в виде графика изменения его мгновенных значений во времени (рис. 2.6).

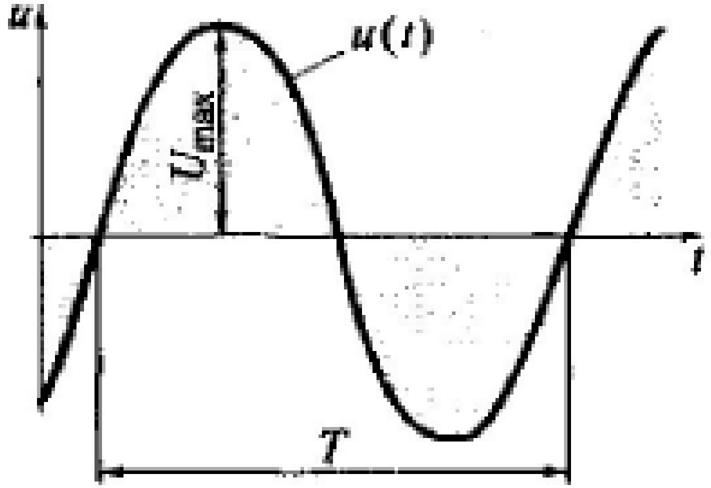


Рис. 2.6. Графическое представление периодического сигнала во временнóй области

Напряжения и токи

Для случая двух синусоидальных сигналов одной частоты, например, напряжения и тока в электрической цепи, функциональное представление во временнóй области выглядит следующим образом:

$$u(t) = U_{max} \sin \omega t;$$

$$i(t) = I_{max} \sin (\omega t + \varphi),$$

где φ — фазовый сдвиг функции тока относительно функции напряжения.

Временнáя и частотная (спектральная) области представления периодического сигнала связаны прямым и обратным преобразованиями Фурье (ПФ) — Fourier Transform. Прямое ПФ позволяет, зная временнýю функцию сигнала $x(t)$, определить его спектр $S(f)$.

Обратное ПФ, наоборот, дает возможность, зная спектр сигнала $S(f)$, найти временнóе представление (функцию) самого сигнала $x(t)$.

Спектральный состав напряжений и токов — одна из важных характеристик сигнала, например, при оценке качества поступающей электроэнергии и/или особенностей отдельных потребителей. Он отражает наличие и вклад (обычно в действующих значениях) гармоник более высокой частоты, чем основная — 50 Гц.

Мощность и энергия

Мощность, так же как напряжение и ток, можно представить либо числом, либо функцией времени. Мощность, как функция времени $p(t)$, есть произведение периодических функций напряжения $u(t)$ и тока $i(t)$ одной частоты:

$$p(t) = u(t)\, i(t).$$

При этом частота данной также периодической функции $p(t)$ вдвое выше частоты исходных сигналов (рис. 2.7).

В самом общем случае усредненная на периоде T активная мощность P (как значение, число) есть интеграл за период T функции $p(t)$ или интеграл произведения функций напряжения $u(t)$ и тока $i(t)$:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)i(dt).$$

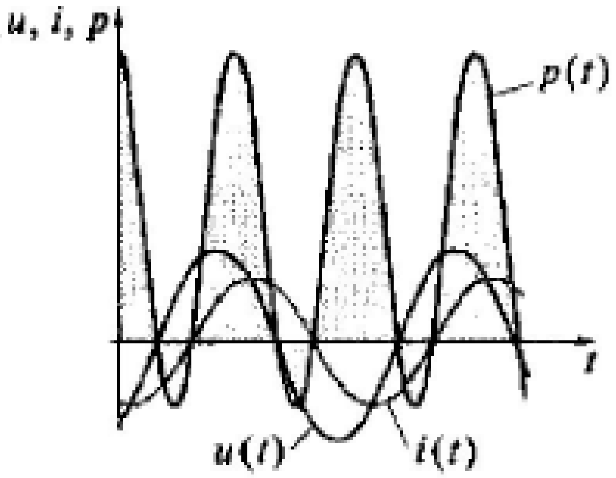


Рис. 2.7. Мощность — функция времени $p(t)$

Графическая иллюстрация поведения мощности $p(t)$ (функции времени) в зависимости от изменения фазового сдвига φ (для синусоидальных сигналов) показана на рис. 2.8.

При нулевом значении φ (что соответствовало бы идеальному варианту — чисто активной нагрузке) активная мощность P максимальна, а реактивная мощность Q отсутствует (см. рис. 2.8, *а*). Чем больше фазовый сдвиг φ, тем хуже соотношение между активной и реактивной составляющими общей мощности, тем ниже эффективность использования энергии. Например, если представить чисто индуктивную нагрузку (ток отстает от напряжения на $\varphi = 90°$), то в этом случае (рис. 2.8, *в*) активная мощность $P = 0$, а реактивная Q — максимальна.

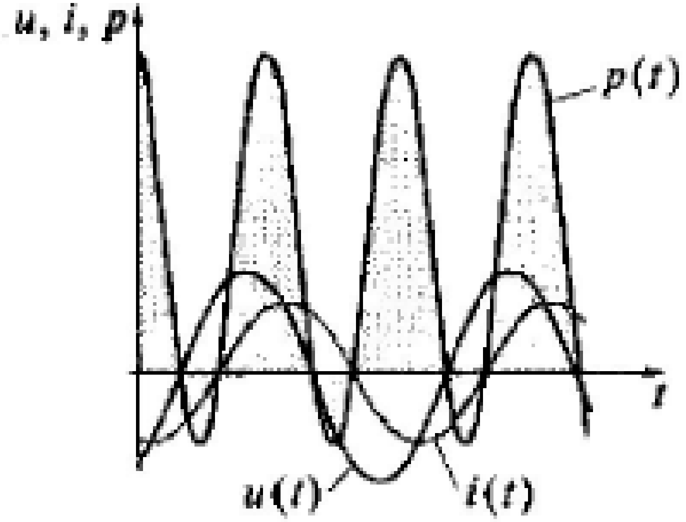


Рис. 2.7. Мощность — функция времени $p(t)$

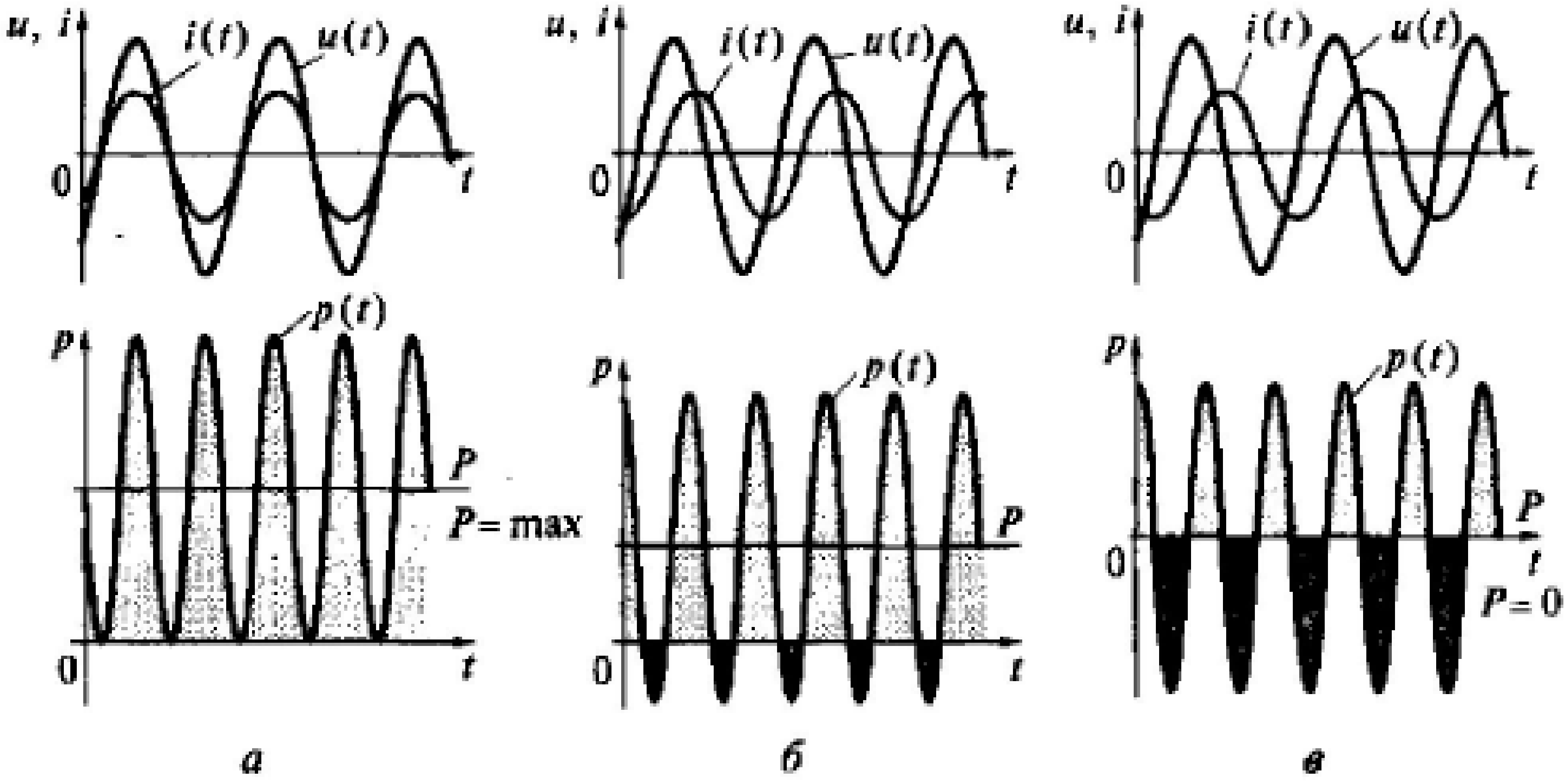


Рис. 2.8. Зависимость активной мощности от угла сдвига фаз:
а — φ = 0; *б* — φ ≈ 60°; *в* — φ = 90°

Активная энергия, как и другие рассмотренные величины, также может быть представлена функцией времени $w(t)$ (см. рис. 2.9, *б*). Если известно, как ведет себя функция активной мощности $P(t)$, и на некоторых интервалах времени Δt_i ее значения известны и постоянны, то активную энергию W, потребленную на интервале $(t_5 \dots t_1)$, можно найти как сумму произведений $(P_i \Delta t_i)$ (см. рис. 2.9, *б*):

$$W = \sum_{i=1}^{n} P_i \Delta t_i .$$

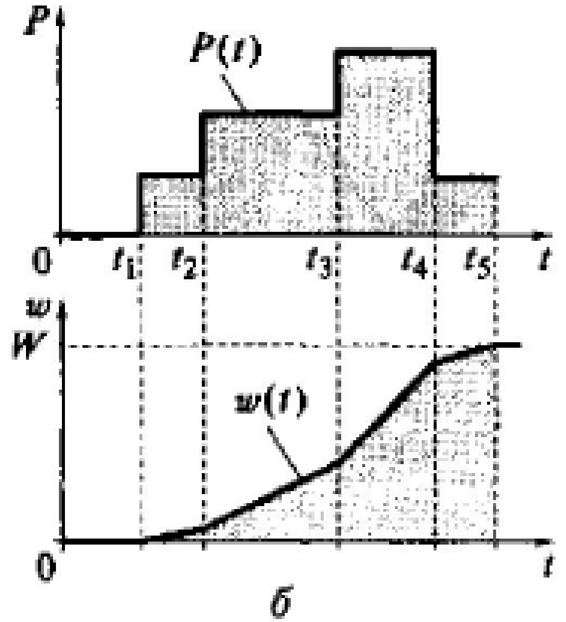


Рис. 2.9. Мощность и энергия:

В общем случае, если функция активной мощности $P(t)$ известна, то энергия W, потребленная на некотором интервале $(t_1 \dots t_0)$, определяется так:

$$W = \int_{t_0}^{t_1} P(t)dt.$$

В реальных технологических процессах при обычно изменяющейся во времени нагрузке (включение и отключение нескольких различных потребителей электроэнергии) коэффициент мощности $k_м$ (или $\cos\varphi$) меняется во времени и тоже может быть представлен функцией времени $k_м(t)$. На рис. 2.10 приведен пример реальной диаграммы, зарегистрированной на вводно-распределительном устройстве механического цеха промышленного предприятия в течение суток. Значения функции коэффициента мощности $k_м(t)$ менялись в довольно широком диапазоне — от 1,0 до 0,23.

Отметим, что отрицательные значения коэффициента мощности $k_м$ означали бы емкостной характер нагрузки. Чем ближе значение $k_м$ к единице, тем лучше. При чисто активных потребителях (идеализированный вариант) значение этого коэффициента было бы равно единице.

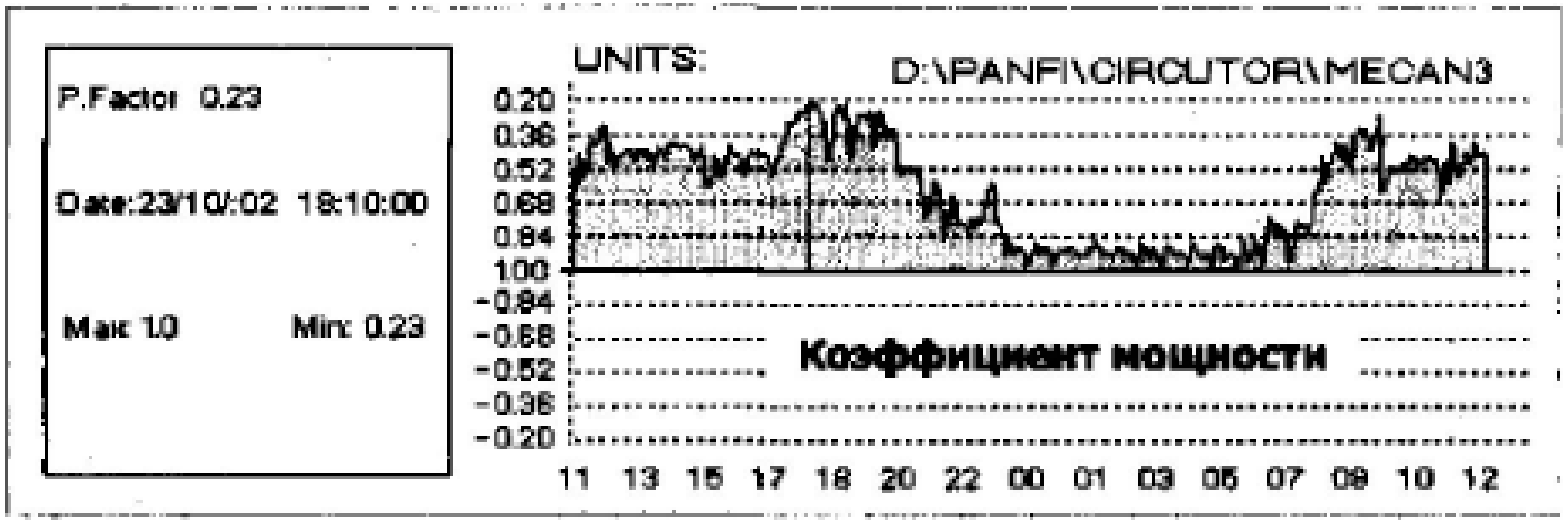


Рис. 2.10. Изменения коэффициента мощности